



道路 Solution

Written by Cold_Chair

化繁为简



- 每种方案的花费是1怎么做? *即求方案数
- JZOJ 3303. 【集训队互测2013】城市规划

补集转换，正难则反

- 设 $f(n)$ 表示 n 个点，要求 n 个点连通的方案数，
- $g(n)$ 表示 n 个点，不要求 n 个点连通的方案数。
- 显然有：

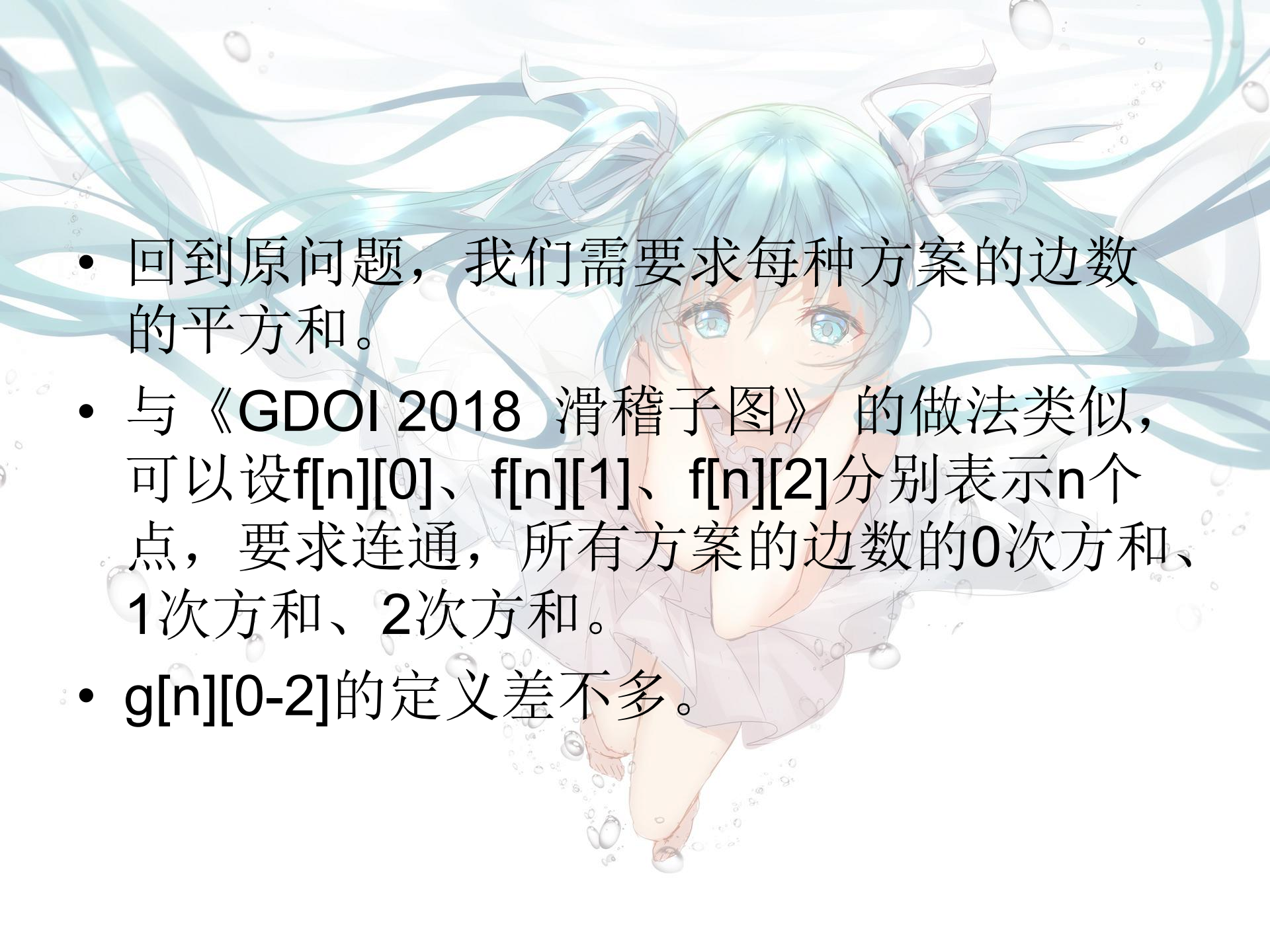
$$g(n) = 2^{C_n^2}$$

- 考虑用总数减去不合法的来得到 $f(n)$

套路dp

- 枚举n号点所在的连通块的大小，这样一定不会算重。

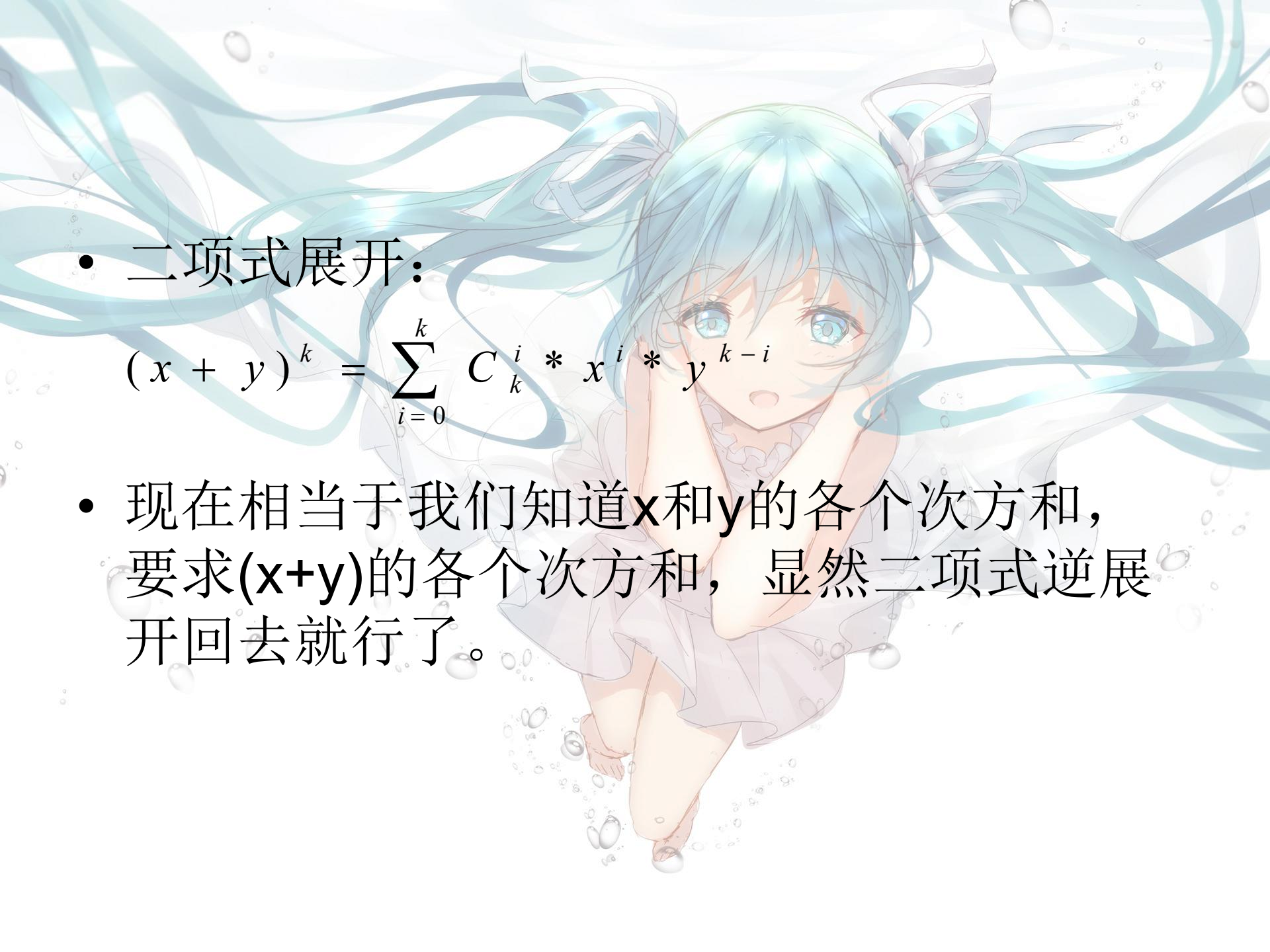
$$f(n) = g(n) - \sum_{i=1}^{n-1} C_{n-1}^{i-1} * f(i) * g(n-i)$$

- 
- 回到原问题，我们需要求每种方案的边数的平方和。
 - 与《GDOI 2018 滑稽子图》的做法类似，可以设 $f[n][0]$ 、 $f[n][1]$ 、 $f[n][2]$ 分别表示 n 个点，要求连通，所有方案的边数的0次方和、1次方和、2次方和。
 - $g[n][0-2]$ 的定义差不多。

- 二项式展开:

$$(x + y)^k = \sum_{i=0}^k C_k^i * x^i * y^{k-i}$$

- 现在相当于我们知道x和y的各个次方和，要求(x+y)的各个次方和，显然二项式逆展开回去就行了。



The last one

- 如何求 $g[n][0-2]$?
- 方法1:
- 直接dp, $g[n]$ 可以由 $g[n-1]$ 转移而来, 只需要枚举和连接 n 号点的边数即可。
- 方法2:
- 直接算, 设 $b=n*(n-1)/2$
 $g[n][0] = 2^b$
 $g[n][1] = b * 2^{b-1}$
 $g[n][2] = b * 2^{b-1} + b * (b-1) * 2^{b-2}$