

牛客练习赛37题解

_Sam

2019年1月11日

比赛地址: <https://ac.nowcoder.com/acm/contest/342>

1 筱玛的快乐

显然, 只考虑月份和日期, 合法的回文日期只有“01-10”、“02-20”、“03-30”、“10-01”、“11-11”和“12-21”, 共6种。

而合法的质数年份也相当有限, 只有926种。

因此, 我们可以直接打出合法年份的表, 令 $t = k - 1$, 通过 $\lfloor \frac{t}{6} \rfloor$ 求得年份, $t \bmod 6$ 求得日期。

2 筱玛的排列

打表找规律, 可以在OEIS上找到A037224。

其中, $n \bmod 4 = 2$ 和 $n \bmod 4 = 3$ 时, 答案为0, 即不存在合法的排列。当 $n \bmod 4 = 1$ 时, 答案和 $n - 1$ 相同。

下面考虑 $n \bmod 4 = 0$ 的情况:

假设 $a_t = t$, 取 $i = j = t$, 有 $2t = n + 1$ 。

这时 n 是奇数, 矛盾。

若 $a_t = n + 1 - t$, 取 $i = n + 1 - t, j = t$, 同样矛盾。

假设 $a_t = u (u \neq t, u \neq n + 1 - t)$ 。

取 $i = u, j = t$, 得 $a_u = n + 1 - t$ 。

取 $i = n + 1 - t, j = u$, 得 $a_{n+1-t} = n + 1 - u$ 。

取 $i = n + 1 - u, j = n + 1 - t$, 得 $a_{n+1-u} = t$ 。

由于 $u \neq t, u \neq n + 1 - t$, 观察上述等式发现等号右边的四个数两两不同。

进而将此4个数分成形如 $(v, n + 1 - v)$ 的两组。可找到这样的四元数组, 其在排列的相同位置是相同的四个数, 但顺序不同。

因此可以通过如下步骤得到全部排列:

1. 取最小的整数 k , 使得 a_k 待定, 进而求出 $a_u, a_{n+1-u}, a_{n+1-k}$ 。
2. 重复上述过程。

显然答案 $= 2 \times 6 \times 10 \dots \times (n - 2)$ 。

所以答案等价于 $\frac{n!}{\frac{2!}{4}}$ 。

3 筱玛的迷阵探险

总共走 $k = 2n - 1$ 步。考虑折半搜索。对对角线上每个结点开一个Trie。前 $\lfloor \frac{k}{2} \rfloor$ 步搜出来的答案用Trie保存，后 $k - \lfloor \frac{k}{2} \rfloor$ 步的答案在Trie上寻找最大值。

时间复杂度 $\mathcal{O}(2^{\frac{n}{2}} \log A)$ 。

4 筱玛的网格

首先，不难发现对角线上的元素一定一样。

那么我们就可以把 $n \times m$ 的网格看成一个 $n + m - 1$ 长度的序列。

对于第二个 val 价值的限制，从小到大填数就行了。

先填 '('，DP 出填了以后有多少答案；如果 $> K$ 则继续，否则 K 减去这个方案数，然后填上右括号。

5 筱玛的字符串

使用DP，设 $f[i][j][k]$ 表示当前处理到 S' 的第 i 位，在最终的 S 中左括号比右括号多 j 个，当前 S' 的状态为 k ，其中 k 的意义如下：

1. 没有反转
2. 正在反转
3. 反转完成

转移讨论当前这一位在 S' 中是什么，结合 k 即可得出 j 的变化。

6 筱玛的D球

按位考虑。

我们可以使用树剖线段树维护所有 $\log V$ 个位的信息，计算出这一位为0/1时，最后的结果。复杂度 $\mathcal{O}(\log^2 n \log V)$ ，难以通过此题。

我们可以将64位的状态信息压在两个 `unsigned long long` 中，利用位运算 $\mathcal{O}(1)$ 维护所有位的信息。复杂度 $\mathcal{O}(\log^2 n)$ 。

具体的维护我们可以使用 t_0 表示输入的第 i 位为0时，结果为 $\lfloor \frac{t_0}{2^i} \rfloor \bmod 2$ ， t_1 表示输入的第 i 位为1时，结果为 $\lfloor \frac{t_1}{2^i} \rfloor \bmod 2$ 。因为每一位的变换规律是独立且相同的，我们可以直接用位运算实现。