17. 设A为n阶正定实对称阵, α,β是n维实列向量, 证明:$(\alpha'\beta)^2 \le (\alpha' A\alpha)(\beta' A^{-1}\beta)$, 等号成立当且仅当$A\alpha$与$\beta$ 成比例.

证明　设$C'AC=I$,从而$A=C'^{-1}C^{-1}$,记$C^{-1}=Q$,从而$A=Q'Q$, 于是,由Cauchy不等式

$$(\alpha'\beta)^2 = ((Q\alpha)'Q^{-1}\beta)^2 \le (Q\alpha)'(Q\alpha)(Q^{-1}\beta)'(Q^{-1}\beta) = (\alpha' A\alpha)(\beta' A^{-1}\beta)$$

等号成立当且仅当$Q\alpha, Q^{-1}\beta$成比例,即$A\alpha,\beta$成比例. $\square$