16. 设A为n阶实对称阵,证明:A为正定阵(半正定阵)的充要条件是

$$c_r = \sum_{1\leq i_1<i_2<\cdots<i_r\leq n} A\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \cdots & i_r \\ i_1 & i_2 & \cdots & i_r \end{pmatrix} > 0\ (\geq 0),\quad r=1,2,\cdots,n.$$

证明 只需注意到A的特征多项式f_A满足

$$f_A = (\lambda-\lambda_1)\cdots(\lambda-\lambda_n) = x^n - c_1x^{n-1}+\cdots+(-1)^nc_n$$

从而f_A各根为正(非负)当且仅当各c_r为正(非负). $\square$