

图像平移

如果把坐标原点(0,0)平移到点 (x_0, y_0) 处, 则变换公式为:

$$x' = x + x_0 \quad y' = y + y_0$$

(x, y) 为原图像坐标, (x', y') 为变换后的图像坐标。而图像中的个像素点移动了 $\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ 距离。上式用矩阵形式表示为:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

图像镜像

镜像是一个物体相对于一个镜面的复制品。图像镜像分为水平镜像和垂直镜像两种。水平镜像就是将图像左半部分和右半部分以图像垂直中轴线为中心镜像进行对换; 垂直镜像就是将图像上半部分和下半部分以图像水平中轴线为中心镜像进行对换。

水平镜像用矩阵形式表示为:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & W \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

垂直镜像用矩阵形式表示为:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & H \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中, W 和 H 分别表示为图像的宽和高。

图像缩放

图像的缩小和放大的定义为: 将图像中的某点 (x, y) 经缩小放大后其位置变为 (x', y') , 则两者之间的关系是:

$$x' = ax \quad y' = by$$

a 、 b 分别是 x 方向和 y 方向的放大率。 a 、 b 比 1 大时放大; 比 1 小时缩小。当 $a=-1$, $b=1$ 时, 会产生一个关于 Y 轴对称的镜像; 当 $a=1$, $b=-1$ 时, 会产生一个关于 x 轴对称的镜像。用矩阵形式表示为:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

灰度插值法

应用上面的公式所产生的图像中的像素有可能在原图像中找不到相应的像素点, 因为数字图像中的坐标总是整数。这样就必须进行近似处理。一般是应用灰度插值法。它包括最近邻插值和双线性插值。

最邻近插值也称零阶插值, 最简单的插值方法。其做法是令输出像素的灰度值等于离它所映射到的位置最近的输入像素的灰度值。该插值计算虽然十分简单, 但它会带来锯齿形的边, 图像中也会出现空洞和重叠。

双线性插值也称一阶插值，该方法是求到相邻的 4 个方格上点的距离之比，用这个比率和 4 个邻点像素的灰度值进行灰度插值。

图像旋转

如果平面的所有点绕原点逆时针旋转 θ° ，则它的变换公式为：

$$x' = x\cos\theta + y\sin\theta \quad y' = -x\sin\theta + y\cos\theta$$

其中， (x,y) 为原坐标， (x',y') 为旋转后的坐标。它的逆板换公式为：

$$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \quad y = x'\sin\theta + y'\cos\theta$$

它的矩阵形式表示为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

同理，旋转后得到的图像像素也有可能原图像中找不到相应的像素点，因此旋转处理也要用到插值法。由于双线性插值法在图像处理性能上要好过最近邻插值，因此，我们只应用双线性插值这一种方法对图像进行旋转处理。

