

## A. Determinant

随机  $n$  个数把矩阵补全成  $n \times n$  的。

那么就是要算伴随矩阵的第一行，也就是逆矩阵的第一列，高斯消元即可。

## B. Roads

考虑 Kruskal 的过程，肯定是同样权值的边连通了一个点集。如果要让 MST 变大，就是要让某个权值的边不再连通。这是全局最小割问题，可以网络流也可以用 Stoer–Wagner 算法。

## C. Intersection

首先高斯消元把  $A$  和  $B$  变成线性无关组。

之后就是求方程  $\sum a_i x_i = \sum b_j y_j$  的解数，再次高斯消元得到零空间的维数  $d$ ，答案就是  $2^d$ 。

## D. Super Resolution

直接输出。

## E. Partial Sum

$|\sum_{j=l+1}^r a_j| = \max\{S_r - S_l, S_l - S_r\}$ , 其中  $S_i = a_1 + a_2 + \dots + a_i$ .  
所以等价于选择  $2m$  个前缀和, 其中  $m$  是正号,  $m$  个是负号。  
自然是最大的  $m$  作为正号, 最小的  $m$  个作为负号。  
只需要对前缀和排序, 枚举  $m$  并更新答案。

## F. Longest Common Subsequence

首先对  $a$  离散化，之后可以  $O(n^3)$  枚举序列  $X$ .

如果之后用  $O(n)$  的 LCS dp 会使复杂度变成  $O(n^4)$ .

std 用的方法是  $2^3$  枚举  $X$  的一个子序列，通过预处理一个  $next(i, c)$  表示  $i$  位置后  $c$  字符第一次出现的位置，来  $O(1)$  判断是否是  $A$  的子序列。

## G. Parentheses

括号序列就是要求前  $(2k + 1)$  个里面至少要有  $k$  个左括号。  
那么先把所有括号翻成右括号，之后重新翻回左括号。  
那么从左到右贪心，用一个堆维护现在可以翻回左括号的位置。  
每次相当于加两个当前段的字符，取一个最小的。所以事件只有最小的被拿完了，或者当前段拿完了。模拟即可。

## H. Highway

按照 Prim 算法计算生成树。

假设初始点  $v_0$  是某条直径的端点。那么距离  $v_0$  最远的  $v_1$  必然是直径的另一个端点。

又因为距离任意点最远的要么是  $v_0$  要么是  $v_1$ ，所以剩下的点只需要连往  $v_0$  和  $v_1$  中较远的一个即可。



# I. Strange Optimization

首先,  $\left\{ \frac{i}{n} - \frac{j}{m} : i, j \in \mathbb{Z} \right\} = \left\{ \frac{\gcd(n,m)k}{nm} : k \in \mathbb{Z} \right\}$   
取  $\frac{1}{2} + \alpha = \frac{\gcd(n,m)}{2nm}$ , 即可取得最大值  $\frac{\gcd(n,m)}{2nm}$ .

## J. Similar Subsequence

设  $f(i, j, x, y)$  表示分别匹配到  $a_i$  和  $b_j$ , 数字的上界和下界分别是  $x$  和  $y$  的方案数。注意到  $x$  和  $y$  总有一个等于  $b_j$ , 所以状态数是  $nm^2$  的。

转移就是枚举  $a_{i+1}$  匹配的是  $b_k$ , 要求  $b_k$  落在  $[x, y]$  中。这个可以用树状数组优化。复杂度是  $O(nm^2 \log m)$ 。