

1、旅行

很容易想到 2^n 的算法。直接枚举每个人是否在船上,计算取最大值, 可以拿到 30% 的分数。

很明显, 直接枚举是没有必要的。我们可以枚举人数 K , 然后算出在这种情况下每个人的快乐程度。然后贪心地取前 K 大的数, 这样就得到了 $n^2 \log n$ 的算法。

2、数据

方法一、

设 $f(i)$ 表示要将前 i 个数改得合法需要的最少步数。则

$$f(i) = \min\{f(j) + |A(j+1) - (i-j-1)|\} \text{ 其中 } 1 \leq j < i$$

边界 $f(1) = A(1)$

时间复杂度为 $O(n^2)$

分析方程继续优化:

$$\text{方程变形为: } f(i) = \min\{f(j) + |(A(j+1) + j + 1) - i|\} \text{ 其中 } 1 \leq j < i$$

我们将决策分成两类, 即:

◆ 第一类决策: 当 $i \leq (A(j+1) + j + 1)$ 时, $f(i) = \min\{f(j) + (A(j+1) + j + 1)\} - i$

◆ 第二类决策: 当 $i > (A(j+1) + j + 1)$ 时, $f(i) = \min\{f(j) - (A(j+1) + j + 1)\} + i$

我们将两类决策分开计算。

随着 i 的增加, 会有一些决策从第一类转到第二类。

我们用两个二叉堆维护两类决策, 用对于第一类决策用 $f(j) + A(j+1) + j + 1$ 作为关键字, 第二类决策用 $f(j) - (A(j+1) + j + 1)$ 作为关键字。

二叉堆可以进行的操作有: 插入元素、删除元素、取最值。

时间复杂度 $O(n \log n)$

方法二、

设 $f(i)$ 表示要将 $a[i] \dots a[n]$ 改合法需要的最少步数。则:

$$f(i) = \min\{f(j) + |(A[i] + i + 1) - j|\} \text{ 其中 } i < j \leq n$$

同理可以讨论两类决策:

◆ 第一类决策: 当 $j \leq (A(i) + i + 1)$ 时, $f(i) = \min\{f(j) - j\} + A[i] + i + 1$

◆ 第二类决策: 当 $j > (A(i) + i + 1)$ 时, $f(i) = \min\{f(j) + j\} - A[i] + i + 1$

此时可以用线段树维护两类决策:

对于第一类: 查询区间 $[i+1, \min(A(i) + i + 1, n)]$ 最小的 $f(j) - j$ 的值

对于第二类: 查询区间 $[A[i] + i + 1, n]$ 最小的 $f(j) + j$ 的值

时间复杂度 $O(n \log n)$

3、业务

令:

$ans[x][y]$ = 从 x 到 y 的最小过路费! 计算 $ans[x][y]$ 可以用 DIJKstra 算法或 SPFA 算法!

令:

$dist[i][0]$ = 从 k 出发到 i 点经过的点费用最大值为 $a[k]$ 的情况的最小边费用和

$dist[i][1]$ = 从 k 出发到 i 点经过的点费用次大值为 $a[k]$ 的情况的最小边费用和

于是:

$$ans[x][y] = \min\{dist[x][0] + dist[y][1], dist[x][1] + dist[y][0]\} + a[k] \text{ 其中 } 1 \leq k \leq n$$

计算出 $ans[x][y]$ 后, 回答询问就很简单了。

时间复杂度 $O(n^2 \log m + k)$ (DIJKstra 堆优化后的时间复杂度)