

一套 NOIP 膜你题题解

第一题

前 30%的测试点:

只需要每次按照题意求一次，时间复杂度 $O(n^2)$ 。这 30 分就送给你辣，良心吧！

前 80%的测试点:

如果有人会线段树，这个东西是可以很轻易的维护出来的，对于这道题只用区间求和就可以了。而且如果 azui 运算是在询问中给出的话（本来想出成这样的），我们只需要维护一个真值表，比如 1 从这一段区间进去，然后再出来，会变成 0 还是 1，0 从这一段区间进去，然后再出来，会变成 0 还是 1。然后就可以在 $O(\log N)$ 的时间内完成一次询问，时间复杂度为 $O(N \log N)$ 。

对于 100%的测试点:

正解相当简单啊，你发现这个玩意，其实是可减的，求一个前缀和然后减一下，求出来了。线段树我还没有卡，常数好的话，也是可以通过的。

本题的期望得分是 95 分左右，这 5 分时担心有人线段树之类的常数写大了，然后对调一些分。这道题，标程没有用 IO 优化，没有在意常数问题，可以在本机 600ms 内通过最慢的测试点。

【azui 运算结合律的证明】

结合律 $(a \text{ azui } b) \text{ azui } c = a \text{ azui } (b \text{ azui } c)$

$a = 1 \ b = 1 \ c = 1$ 时， $1 \text{ azui } 1 = 1 \text{ azui } 1$ 成立。 $a = 1 \ b = 1 \ c = 0$ 时， $1 \text{ azui } 0 = 1 \text{ azui } 0$ 成立。 $a = 1 \ b = 0 \ c = 1$ 时， $0 \text{ azui } 1 = 1 \text{ azui } 0$ 成立。 $a = 1 \ b = 0 \ c = 0$ 时， $0 \text{ azui } 0 = 1 \text{ azui } 1$ 成立。 $a = 0 \ b = 1 \ c = 1$ 时， $0 \text{ azui } 1 = 0 \text{ azui } 1$ 成立。 $a = 0 \ b = 1 \ c = 0$ 时， $0 \text{ azui } 0 = 0 \text{ azui } 0$ 成立。 $a = 0 \ b = 0 \ c = 1$ 时， $1 \text{ azui } 1 = 0 \text{ azui } 0$ 成立。 $a = 0 \ b = 0 \ c = 0$ 时， $1 \text{ azui } 0 = 0 \text{ azui } 1$ 成立。

第二题

前 20%的测试点:

这题我一点也想不出来。咦? 枚举每条边选与不选, 我似乎可以拿到 20 分! 这样时间复杂度 $O(n \cdot 2^n)$ 。

前 50%的测试点:

我好像可以枚举两个月票的价格, 然后再 BFS (DFS) 一遍看看是否连通。这样我就有 50 分啦!

前 80%的测试点:

我会二分! 我枚举了一个月票的价格之后我可以二分另外一个月票的价格。然后按照 50 分的方法做就有 80 分啦~

对于 100%的测试点:

我们发现, 在不下降地枚举了一个月票的价格之后, 另外一张月票的价格是单调不上升的。我们就可以用一个指针来单调不上升的枚举另一张月票的价格。然后 BFS(DFS) 来判断图是否连通就可以了!

第三题

前 30%的测试点:

第一眼 DP, 容易想到状态转移的式子 $F[i]=\min\{F[j]+\max[j+1,i]\}$ $\max[l,r]$ 的值就是区间 l 到 r 之间的 W_i 最大值。预处理出来 \max (倍增、线段树等等都可以)。然后就是 $O(N^2)$ 的状态转移了。

对于 100%的测试点:

我们考虑决策点, 假如当前正在选择 $f[i]$ 的决策点。然后对于每个 i 来说, 转移点 j 向左移动时, $\max[j+1,i]$ 单调不递减。所以我们看可以维护一个决策点的队列, 满足区间和不大于 lim 且 $W_{q_1}>W_{q_2}>\dots>W_{q_i}$ 且队列 q 中包含所有满足上述条件的决策点, 那么, 从这里面的决策点一定有最优的决策点。

考虑到原来 NOIP2012 开车旅行里用到了 `set`, 我们维护决策点也可以用 `set`, 当然线段树也是可以的。其实我们就是需要一个数据结构支持插入, 删除和取最小值, 对吧?