NOIP 模拟赛 Day 1 题解

游戏

部分分：暴力（数据 1-3）

枚举所有状态，每一种状态 A 都会赢才输出“YES”。
时间复杂度：$O(2^n)$，期望得分：30 分。

满分算法：博弈

考虑所有棋子到终点的距离和 sum，观察无论哪一种操作都恰好改变了 sum 的奇偶性。若 sum 为奇数，则 A 必胜；否则 A 必败。
时间复杂度：$O(n)$，期望得分：100 分。

后记

建议大家认真学一下博弈……（附上博弈论一些论文）。

轰炸

一道典型的树 DP。
令 f[u][i]表示以 u 为根的子树被完全破坏，同时还能向上延伸 i 的最小值。
令 g[u][i]表示以 u 为根的子树未被完全破坏，还应向下延伸 i 的最小值。
转移方程式：

1. 不轰炸 u 节点

$$f[u][i] = \min\left(f[v][i+1] + \sum_{son\text{为}u\text{的其他子节点}} \min(f[son][0 \ldots i+1], g[son][0 \ldots i-1])\right)$$

$$g[u][i] = \min\left(g[v][i-1] + \sum_{son\text{为}u\text{的其他子节点}} \min(f[son][0 \ldots i], g[son][0 \ldots i-1])\right)$$

2. 轰炸 u 节点

$$f[u][m[u]] = \min\left(f[u][m[u]], 1 + \sum_{v\text{为}u\text{的子节点}} \min(f[v][0 \ldots m[u]+1], g[v][0 \ldots m[u]-1])\right)$$

很显然直接这样做是会 TLE 的。

令 minf[u][i]表示$\min(f[u][0 \ldots i])$，同理 ming[u][i]表示$\min(g[u][0 \ldots i])$
再用 s1[u][i] 表示 $\sum_{son\text{为}u\text{的子节点}} \min(f[son][0 \ldots i+1], g[son][0 \ldots i-1])$，s2[u][i]表示$\sum_{son\text{为}u\text{的子节点}} \min(f[son][0 \ldots i], g[son][0 \ldots i-1])$
那么上述转移方程式可以写成：

$$f[u][i] = \min(f[v][i+1] + s1[u][i] - \min(minf[v][i+1], ming[v][i-1]))$$

$$g[u][i] = \min(g[v][i-1] + s2[u][i] - \min(minf[v][i], ming[v][i-1]))$$

这样时间复杂度为 O(100n)。

统计

打表发现在 10000 以内 S 集合只有 30 个元素。

部分分一：暴力（数据 1-5）

暴力修改，暴力查询。
时间复杂度：$O(nm)$。期望得分：25。实际得分：25

部分分二：前缀和处理（数据 1-7）

若 $a[i] \in S$，则 $tmp[i] = 1$。否则，$tmp[i] = 0$，再对 tmp 求前缀和。这样回答一次询问就直接输出 $sum[r] - sum[l-1]$即可。
时间复杂度：令 L 表示操作中修改操作的次数，$O(L * m)$。实际得分：35

满分算法：分块

令 K 表示在 10000 以内 S 集合的元素个数，$K = 30$。
把序列划分成长度为 B 的若干块。对于一个块，用 cnt[i]表示 i 在块中的个数，同时维护一个加法标记。
接下来考虑如何处理这两种操作：
Add l r：对于块外的元素，暴力修改，时间复杂度 $O(B)$。对于连续的块，修改标记即可,时间复杂度 $O(\frac{n}{B})$。

Query l r v：对于块外的元素，标记下传暴力查询，时间复杂度 $O(B)$。对于连续的块,假设已经打上了Δx 的标记,就对于每一个 $L \in S$,统计块中有多少个 $L - \Delta x$,时间复杂度 $O(\frac{n \times K}{B})$。

总时间复杂度：$O(m \times (B + \frac{n \times K}{B}))$。当 $B = \sqrt{n \times K}$时，时间复杂度最小。